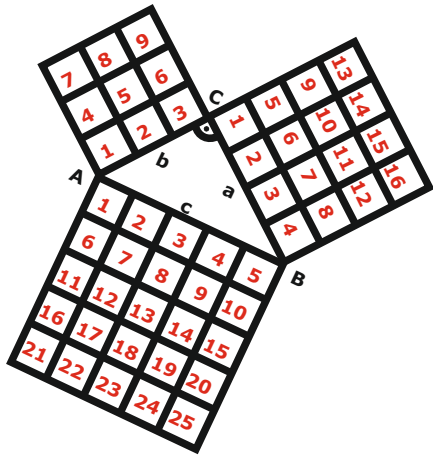


Formelsammlung

mit Beispielen



erste binomische Formel:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

zweite binomische Formel:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

dritte binomische Formel:

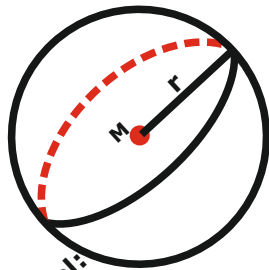
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Volumen einer Kugel:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Oberfläche einer Kugel:

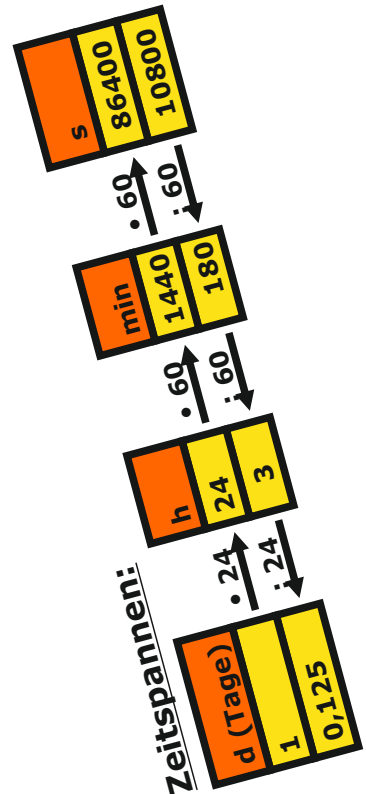
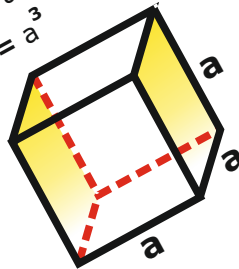
$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



Volumen:

$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$V = a^3$$



Großdruck

Inhalt

Regeln und Gesetze

| | |
|--------------------------------|----------------|
| Rechengesetze | Seite 1 |
| Proportionalität | Seite 2 |
| Antiproportionalität | Seite 3 |
| Die binomischen Formeln | Seite 4 |

Rechnen mit Geschwindigkeiten

| | |
|--|----------------|
| Geschwindigkeit (v) | Seite 5 |
| Weg (s) | Seite 5 |
| Zeit (t) | Seite 5 |
| Einheiten für die Geschwindigkeit | Seite 5 |

Inhalt

Prozentrechnung mit Formel und Dreisatz

| | |
|------------------------------|----------------|
| Prozentsatz (p%) | Seite 6 |
| Prozentwert (W) | Seite 7 |
| Grundwert (G) = 100 % | Seite 8 |

Zinsrechnung

Zinsformeln:

| | |
|---------------------------|----------------|
| Jahreszinsen (Z) | Seite 9 |
| Kapital (K) | Seite 9 |
| Zinssatz (p%) | Seite 9 |

Zinsen für einen Zeitraum berechnen

| | |
|--------------|-----------------|
| Jahreszinsen | Seite 10 |
| Monatszinsen | Seite 10 |
| Tageszinsen | Seite 10 |

Inhalt

Flächen- und Umfangsberechnung

| | |
|---------------------------------|-----------------|
| Dreieck | Seite 11 |
| Lehrsatz des Pythagoras | Seite 12 |
| Viereck | Seite 13 |
| Rechteck | Seite 13 |
| Parallelogramm | Seite 14 |
| Drachenviereck und Raute | Seite 14 |
| Trapez | Seite 15 |
| Kreis | Seite 16 |
| Kreisausschnitt | Seite 16 |
| Kreisring | Seite 16 |

Volumen- und Oberflächenberechnung

| | |
|------------------------------|-----------------|
| Würfel | Seite 17 |
| Quader | Seite 17 |
| Prisma (Dreicksäule) | Seite 18 |
| Zylinder | Seite 18 |
| Pyramide | Seite 19 |
| Quadratische Pyramide | Seite 20 |
| Kegel | Seite 21 |
| Kugel | Seite 22 |
| Trapezsäule | Seite 22 |

Inhalt

Maße und Maßeinheiten I

| | |
|--------------------|-----------------|
| Raummaße | Seite 23 |
| Massen | Seite 24 |
| Zeitspannen | Seite 24 |
| Flächenmaße | Seite 25 |
| Längen | Seite 26 |
| Maßstab | Seite 26 |

Maße und Maßeinheiten II

| | |
|--------------------------------------|-----------------|
| Längen, Flächenmaße, Raummaße | Seite 27 |
| Raummaße, Massen, Zeitspannen | Seite 28 |

Dichte berechnen

| | |
|--------------------------------------|-----------------|
| Formeln, Einheiten der Dichte | Seite 29 |
|--------------------------------------|-----------------|

Rechengesetze

Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz)

$$15 + 3 = 3 + 15$$

$$15 \bullet 3 = 3 \bullet 15$$

Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz)

$$(15 + 3) + 4 = 15 + (3 + 4)$$

$$(15 \bullet 3) \bullet 4 = 15 \bullet (3 \bullet 4)$$

Klammerrechnung geht vor Potenzrechnung

$$(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

Klammerrechnung geht vor Punktrechnung

$$5 \bullet (4a - 2a) = 5 \bullet 2a = 10a$$

Potenzrechnung geht vor Punktrechnung

$$2 \bullet 3^2 = 2 \bullet 9 = 18$$

Punktrechnung geht vor Strichrechnung

$$28 - 5 \bullet 3 = 28 - 15 = 13$$

Proportionalität

Verdoppelt sich eine Größe, dann verdoppelt sich auch die andere Größe.

Halbiert sich eine Größe, dann halbiert sich auch die andere Größe.

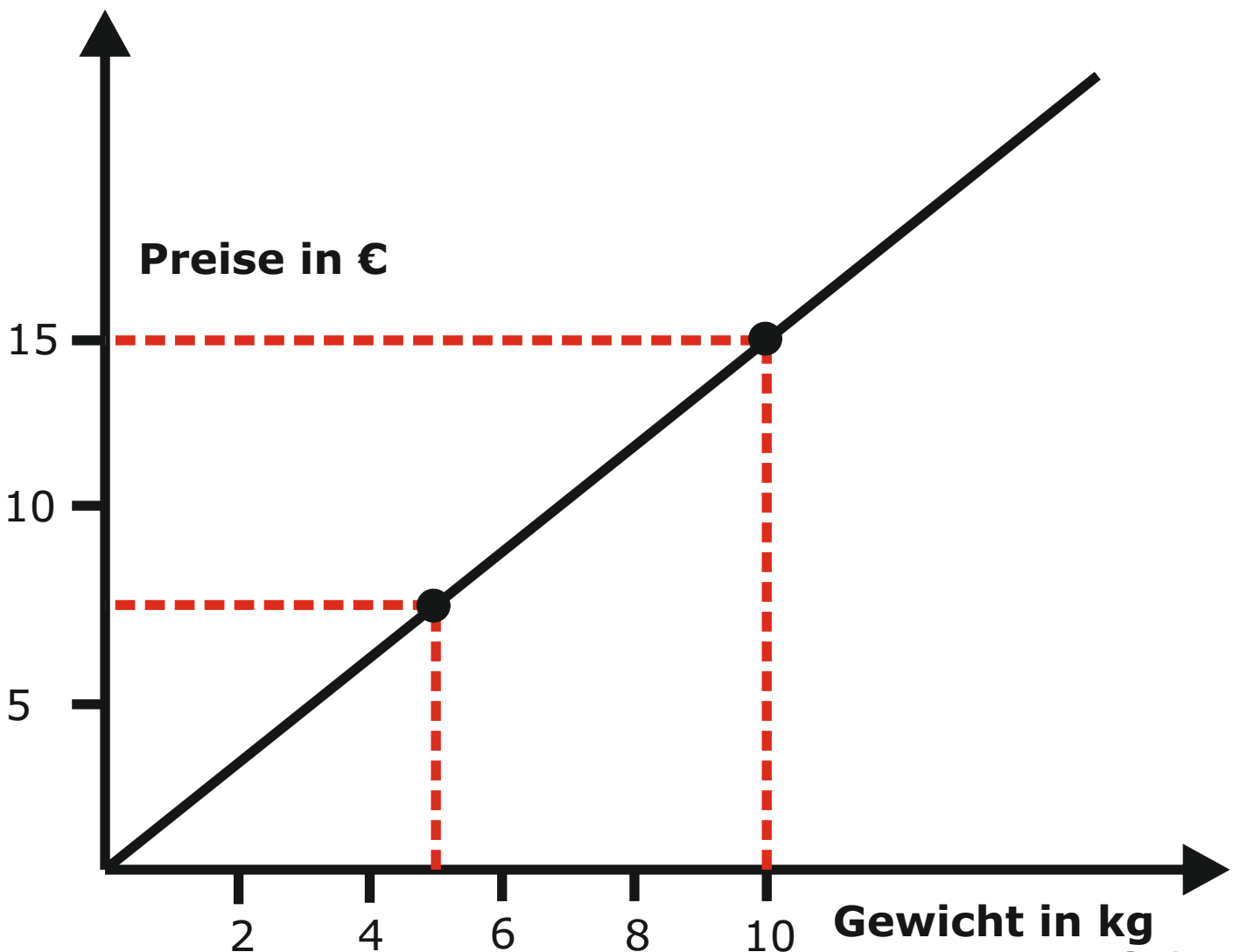
Beispiel:

Masse und Preis einer Ware:

Wenn 5 kg Kartoffeln 7,50 € kosten,
dann kosten 10 kg Kartoffeln 15 €.

Quotientengleichheit:

$7,50 : 5 = 1,5$ und $15 : 10 = 1,5$



Verdoppelt sich eine Größe, dann **halbiert** sich die andere Größe.

Halbiert sich eine Größe, dann **verdoppelt** sich die andere Größe.

Beispiel:

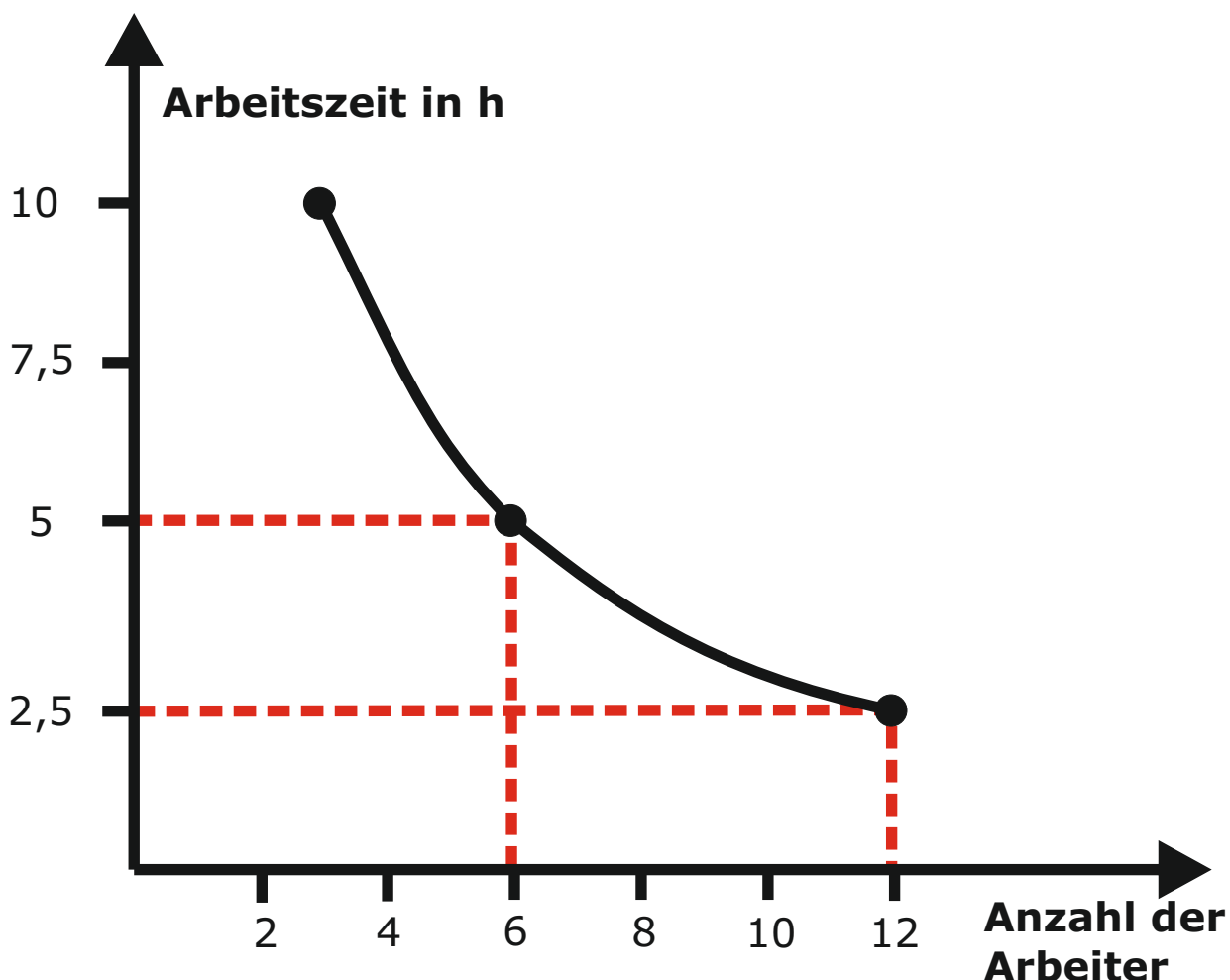
Anzahl der Arbeiter und Arbeitsdauer:

Bei einem Einsatz von **3 Arbeitern** dauert eine Arbeit **10 Stunden**.

Bei einem Einsatz von **6 Arbeitern** dauert eine Arbeit **5 Stunden**.

Produktgleichheit:

$$3 \bullet 10 = 30 \text{ und } 6 \bullet 5 = 30$$



Die binomischen Formeln

erste binomische Formel:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

zweite binomische Formel:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

dritte binomische Formel:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Rechnen mit Geschwindigkeiten

Dividiert man den **Weg s** (zurückgelegte Strecke) durch die **Zeit t** (benötigte Zeit für die zurückgelegte Strecke), so erhält man die **Geschwindigkeit v**

$$\text{Geschwindigkeit (v)} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

$$\text{Formel: } \mathbf{v} = \frac{s}{t}$$

$$\text{Weg (s)} = \text{Geschwindigkeit} \cdot \text{Zeit}$$

$$\text{Formel: } \mathbf{s} = v \cdot t$$

$$\text{Zeit (t)} = \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}}$$

$$\text{Formel: } \mathbf{t} = \frac{s}{v}$$

Einheiten für die Geschwindigkeit:

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \quad \text{oder} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prozentrechnung mit Formel und Dreisatz

Prozentsatz (p%)

Wie viel Prozent sind 24 Fahrzeuge von 60 Fahrzeugen?

Gegeben: G = 60 Fahrzeuge; W = 24 Fahrzeuge

Gesucht: p%

Formel: $p\% = \frac{W \cdot 100}{G}$

$$p\% = \frac{24 \cdot 100}{60}$$

$$p\% = 40$$

Antwort: 24 Fahrzeuge sind 40 %.

| Fahrzeuge | Prozent |
|-----------|--------------------------------|
| 60 | 100 |
| : 60 | $\frac{100}{60}$ |
| • 24 | $\frac{100}{60} \cdot 24 = 40$ |
| 24 | |

Die gesuchte Größe steht im Dreisatz immer hinten.

Prozentwert (W)

36 % von 450 abgegebenen Stimmen fielen auf Herrn Sprinz. Wie viele Stimmen sind das?

Gegeben: $G = 450$ Stimmen; $p\% = 36$

Gesucht: **W**

Formel: $W = \frac{G \cdot p}{100}$

$$W = \frac{450 \cdot 36}{100}$$

$$W = 162$$

Antwort: Herr Sprinz erhielt 162 Stimmen.

| Prozent | Stimmen |
|---------|----------------------------------|
| 100 | 450 |
| : 100 | $\frac{450}{100}$ |
| • 36 | $\frac{450}{100} \cdot 36 = 162$ |
| 36 | |

Die gesuchte Größe steht im Dreisatz immer hinten.

Grundwert (G) = 100 %

Bei einer Tombola sollen 20 % aller Lose Gewinne sein.
750 Gewinne stehen zur Verfügung.

Wie viele Lose müssen hergestellt werden?

Gegeben: $p\% = 20$; $W = 750$ Gewinne

Gesucht: G

Formel: $G = \frac{W \cdot 100}{p\%}$

$$G = \frac{750 \cdot 100}{20}$$

$$G = 3750$$

Antwort: Es müssen 3750 Lose hergestellt werden.

| Prozent | Lose |
|---------|-----------------------------------|
| 20 | 750 |
| : 20 | $\frac{750}{20}$ |
| • 100 | $\frac{750}{20} \cdot 100 = 3750$ |
| 1 | |
| 100 | |

**Die gesuchte Größe
steht im Dreisatz
immer hinten.**

Zinsrechnung

Zinsrechnen ist angewandte Prozentrechnung

Begriffe:

Grundwert \longrightarrow Kapital (**K**)

Prozentsatz \longrightarrow Zinssatz (**p%**)

Prozentwert \longrightarrow Jahreszinsen (**Z**)

Zinsformeln:

$$\text{Jahreszinsen (Z)} = \frac{\text{Kapital (K)} \cdot \text{Zinssatz (p\%)}}{100}$$

$$\text{Kapital (K)} = \frac{\text{Jahreszins (Z)} \cdot 100}{\text{Zinssatz (p\%)}}$$

$$\text{Zinssatz (p\%)} = \frac{\text{Jahreszins (Z)} \cdot 100}{\text{Kapital (K)}}$$

Zinsen für einen Zeitraum berechnen

Hinweis:

Je nach Zinsmodell wird das Jahr mit 360 Tagen oder 365/366 Tagen berechnet. Der Monat mit 30 bzw. 31 Tagen (28/29).
In der angegebenen Formel wird mit 360 Tagen gerechnet.

$$\text{Jahreszinsen} = \frac{\text{Kapital (K)} \cdot \text{Zinssatz (p\%)} \cdot \text{Jahre}}{100}$$

$$\text{Monatszinsen} = \frac{\text{Kapital (K)} \cdot \text{Zinssatz (p\%)} \cdot \text{Monate}}{100 \cdot 12}$$

$$\text{Tageszinsen} = \frac{\text{Kapital (K)} \cdot \text{Zinssatz (p\%)} \cdot \text{Tage}}{100 \cdot 360}$$

Flächen- und Umfangsberechnung

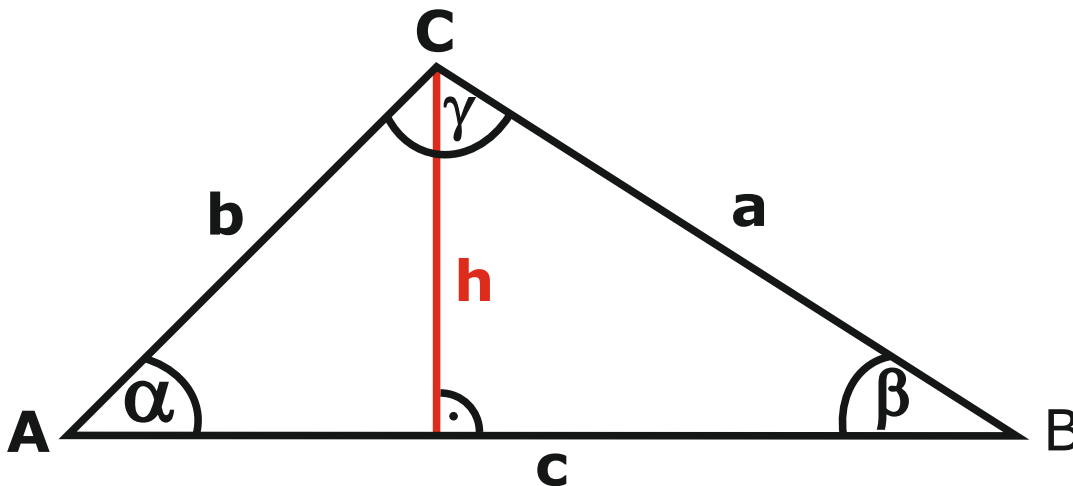
Dreieck

Umfang: $u = a + b + c$

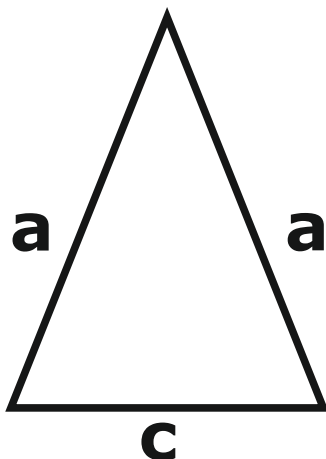
Winkelsumme: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Flächeninhalt: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

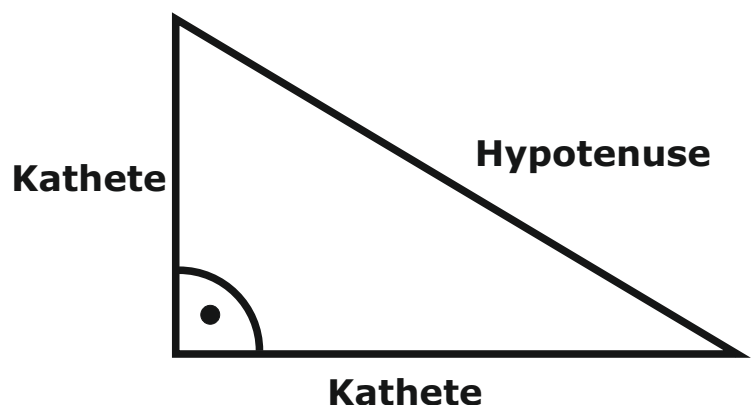
allgemeines Dreieck



**gleichschen-
liges Dreieck**



rechtwinkliges Dreieck



Die Seite **c** heißt auch Grundseite **g**.

Lehrsatz des Pythagoras

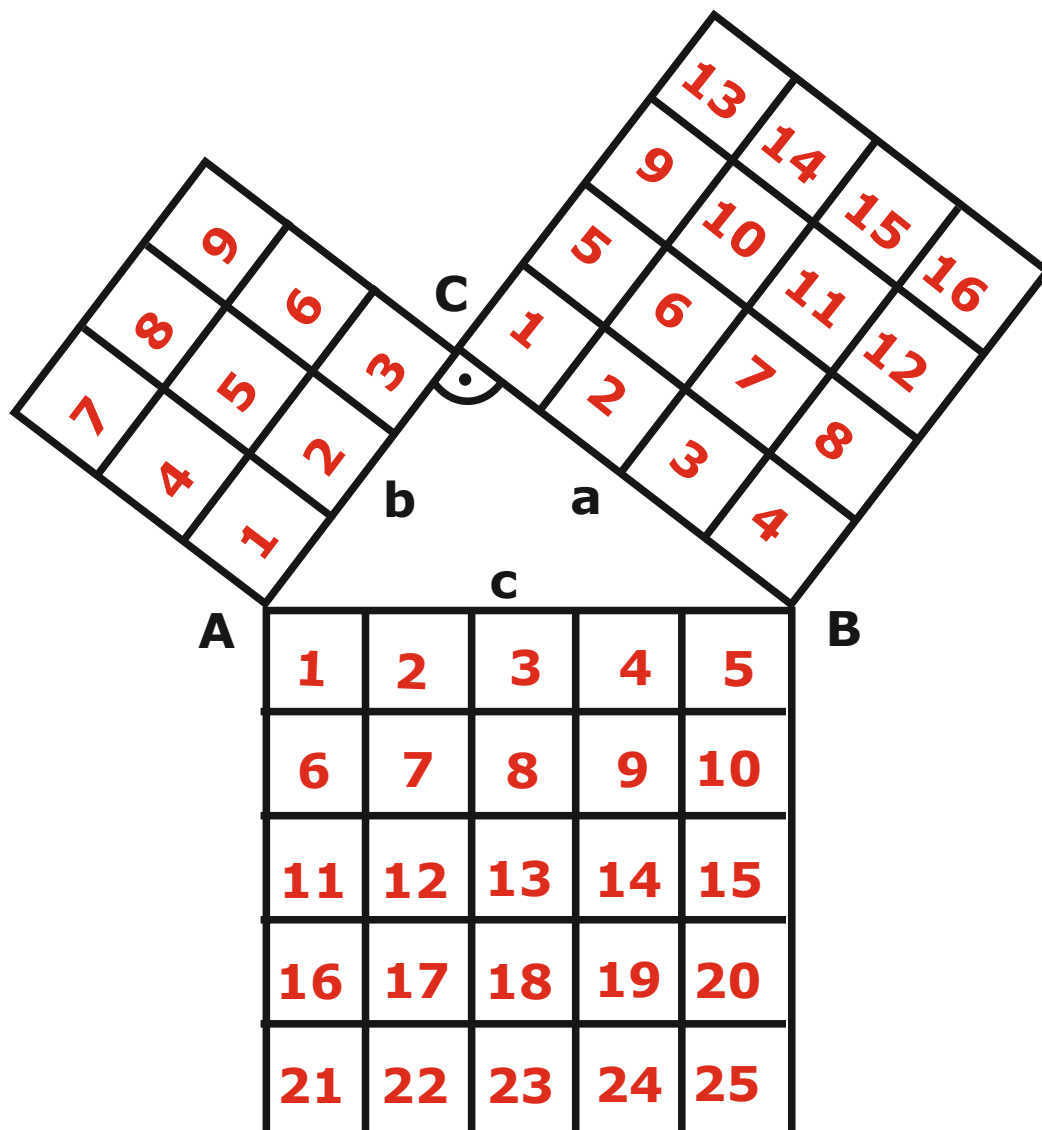
In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:
Die Quadrate über den Katheten sind
zusammen flächengleich zu den Quadraten
über der Hypotenuse.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

a und **b** sind die Katheten, **c** ist die Hypotenuse



Viereck

Quadrat

Umfang:

$$u = a + a + a + a$$

$$u = 4 \cdot a$$

Flächeninhalt:

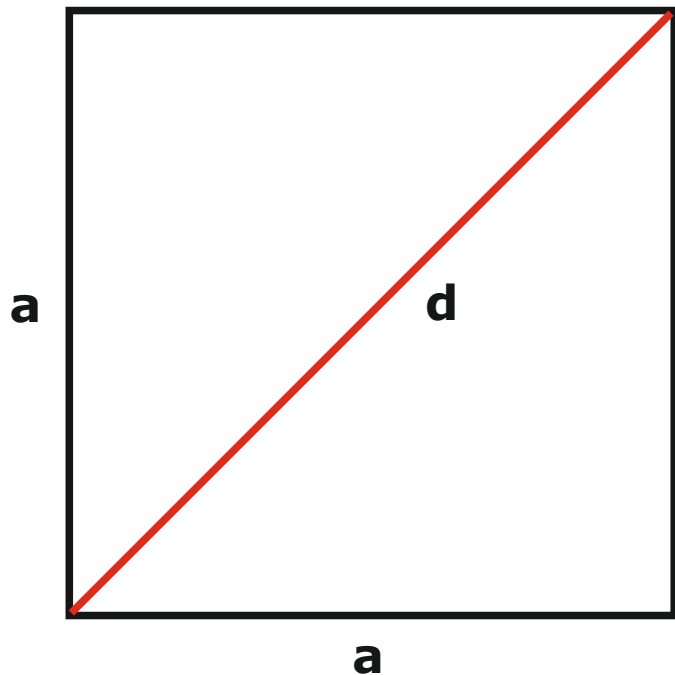
$$A = a \cdot a$$

$$A = a^2$$

Flächendiagonale:

$$d = \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$d = \sqrt{2 \cdot a^2}$$



Rechteck

Umfang:

$$u = a + b + a + b$$

$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

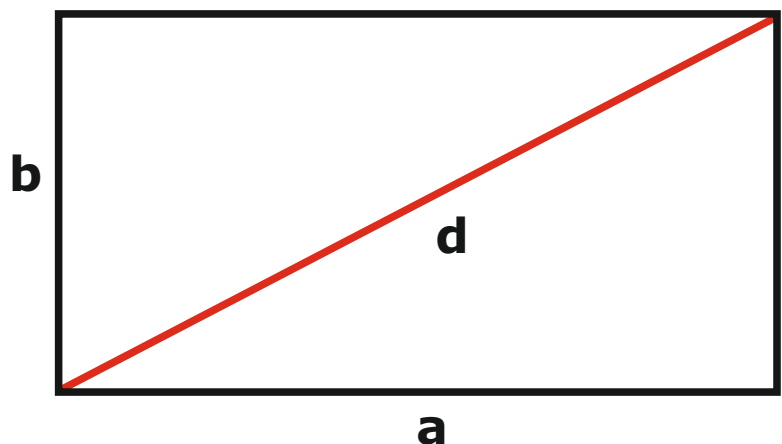
$$u = 2 \cdot (a + b)$$

Flächeninhalt:

$$A = a \cdot b$$

Flächendiagonale:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Parallelogramm

Winkel:

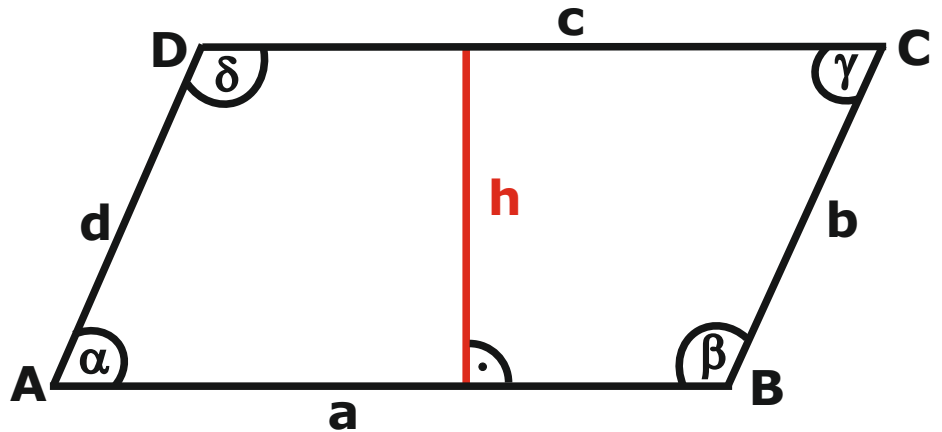
$$\alpha = \gamma \text{ und } \beta = \delta$$

Umfang:

$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

Flächeninhalt:

$$A = a \cdot h$$



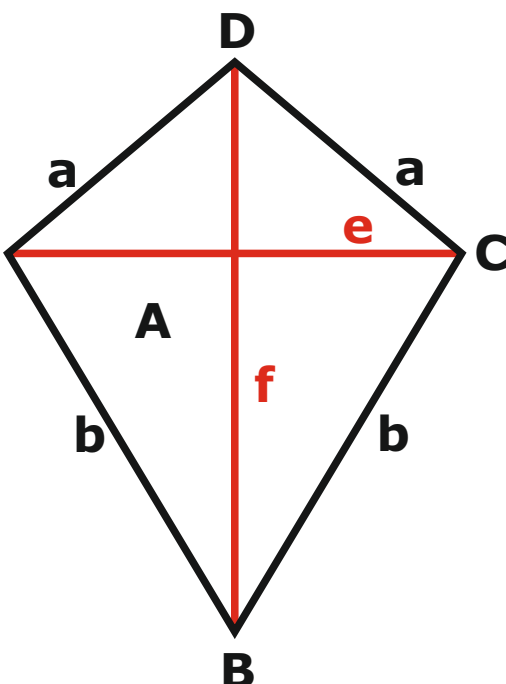
Drachenviereck und Raute

$$\text{Flächeninhalt: } A = \frac{e \cdot f}{2}$$

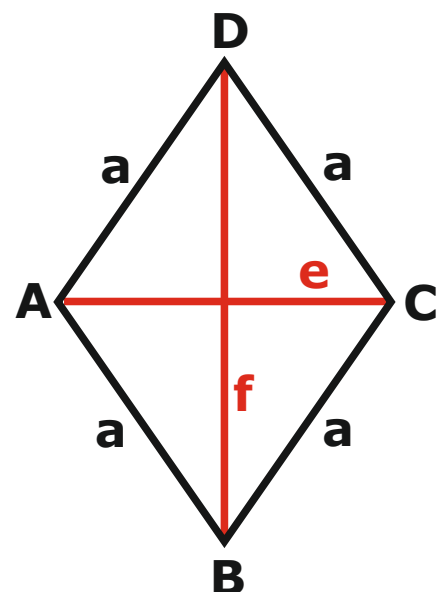
Im Drachenviereck und in der Raute stehen die Diagonalen aufeinander senkrecht ($e \perp f$).

In der Raute halbieren die Diagonalen einander senkrecht.

Drachenviereck



Raute

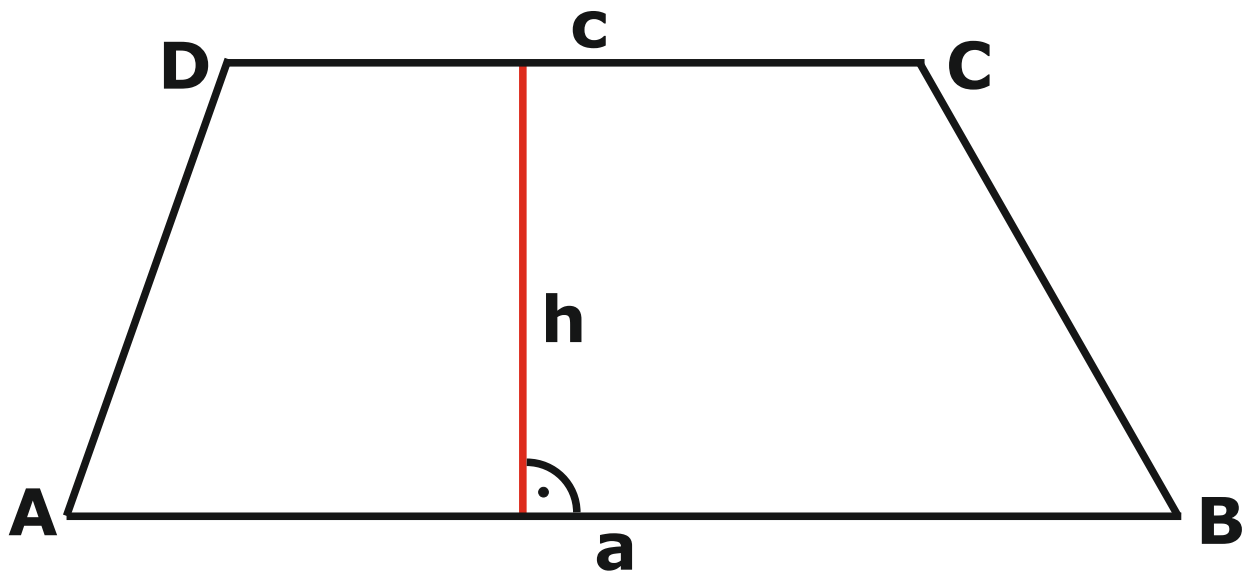


Trapez

Flächeninhalt:

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

a parallel c (a || c)

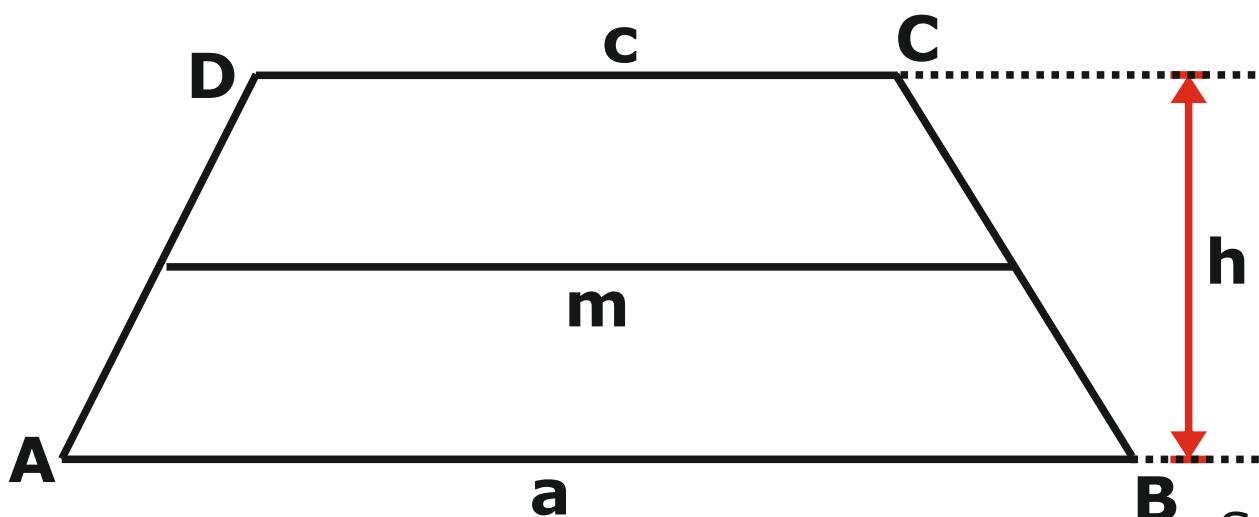


Flächeninhalt:

$$A = m \cdot h$$

$$m = \frac{a + c}{2}$$

a parallel c (a || c)



Kreis

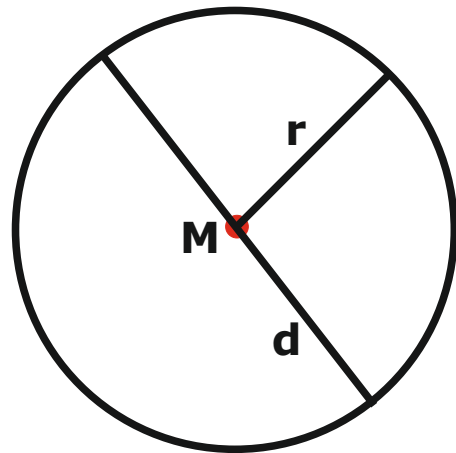
Durchmesser: $d = 2 \cdot r$

Umfang: $u = 2 \cdot r \cdot \pi$

$$u = d \cdot \pi$$

Flächeninhalt: $A = r \cdot r \cdot \pi$

$$A = r^2 \cdot \pi$$



$$\pi = 3,14$$

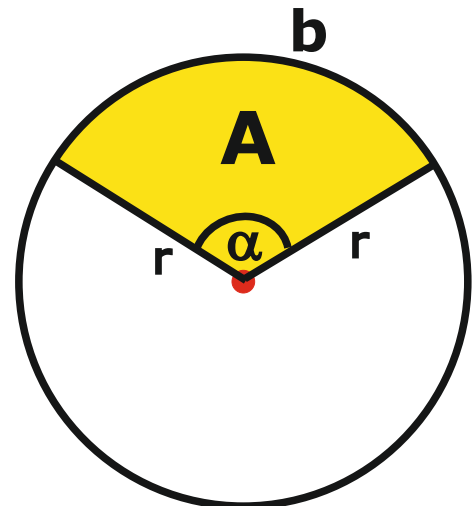
Kreisausschnitt

Kreisbogen: $b = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

Kreis Sektor:

1. Formel: $A = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

2. Formel: $A = \frac{b \cdot r}{2}$



Kreisring

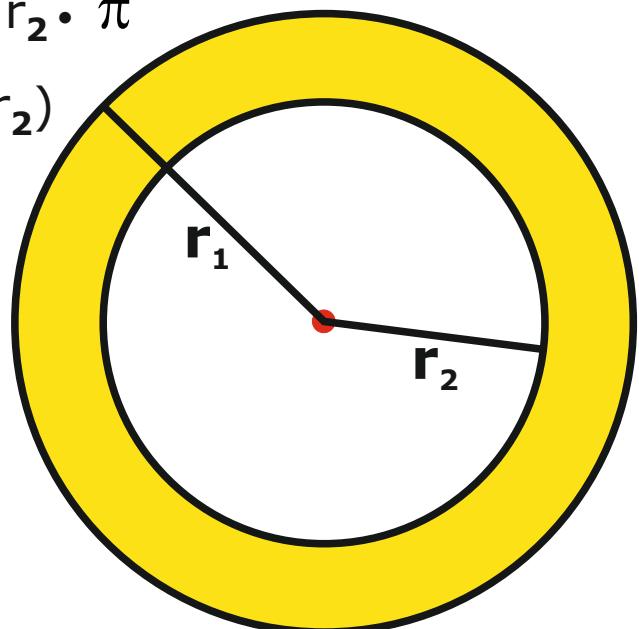
Umfang: $u = 2 \cdot r_1 \cdot \pi + 2 \cdot r_2 \cdot \pi$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot (r_1 + r_2)$$

Flächeninhalt:

$$A = r_1 \cdot r_1 \cdot \pi - r_2 \cdot r_2 \cdot \pi$$

$$A = \pi \cdot (r_1 \cdot r_1 - r_2 \cdot r_2)$$



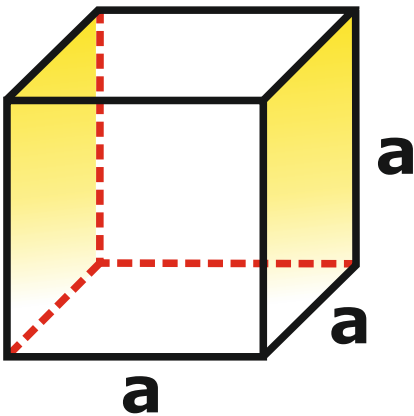
Volumen- und Oberflächenberechnung

Würfel

Volumen:

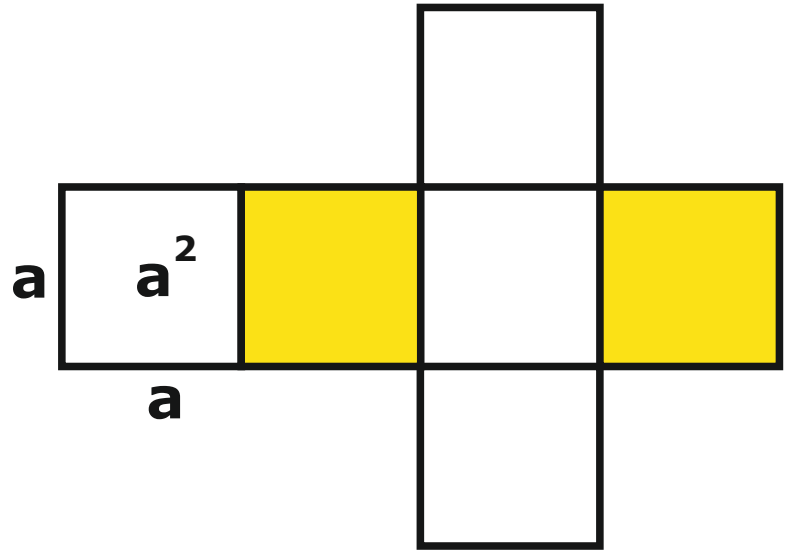
$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$V = a^3$$



Oberfläche:

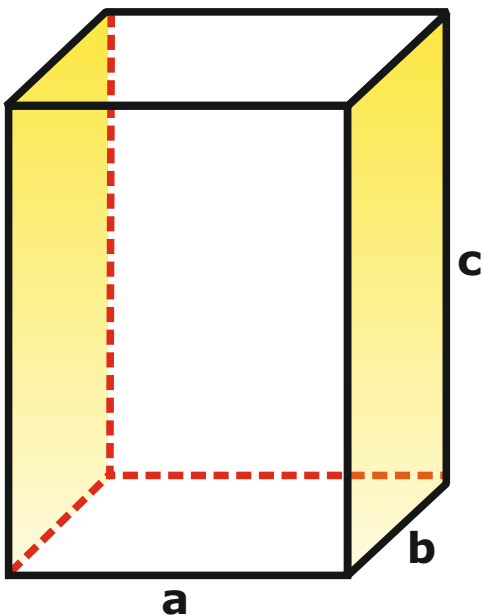
$$O = 6 \cdot a^2$$



Quader

Volumen:

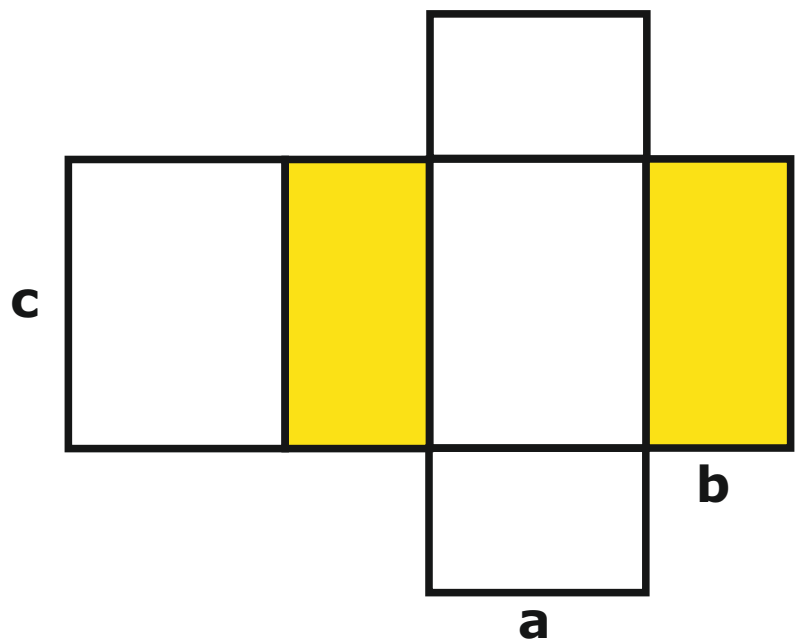
$$V = a \cdot b \cdot c$$



Oberfläche:

$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

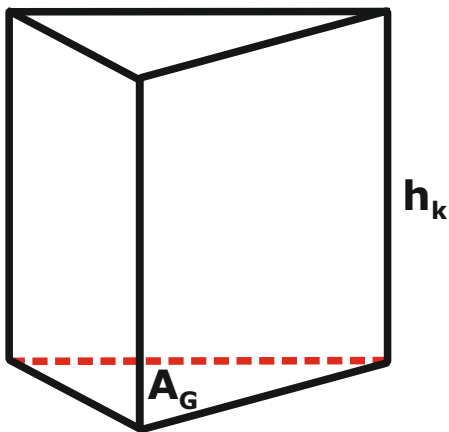
$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$



Prisma (Dreiecksäule)

Volumen:

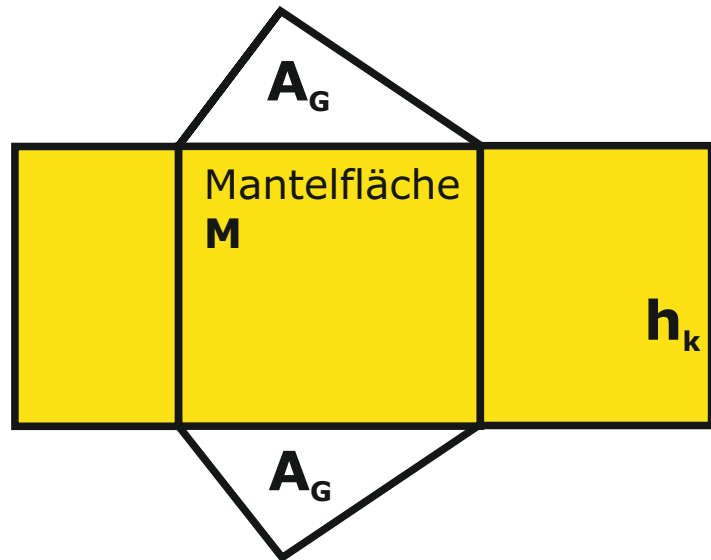
$$V = A_G \cdot h_k$$



Mantelfläche:

M = Summe der Seitenflächen

$$M = u_{\text{Grundfläche}} \cdot h_k$$

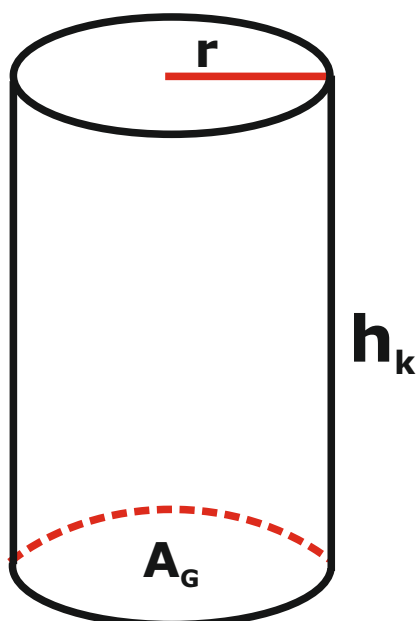


Zylinder

Volumen:

$$V = A_G \cdot h_k$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h_k$$



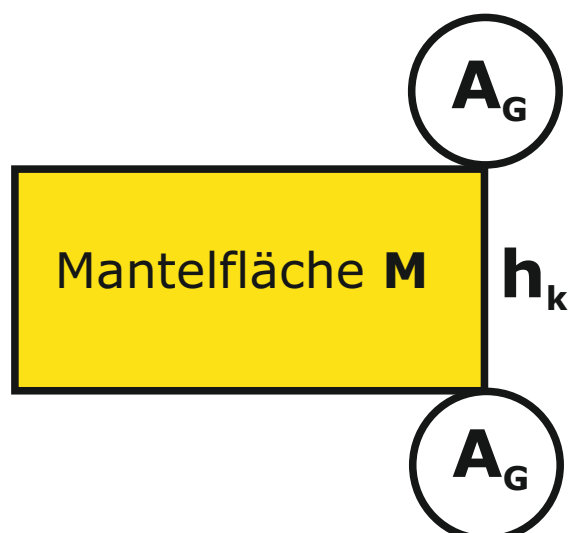
Mantelfläche:

$$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h_k$$

Oberfläche:

$$O = 2 \cdot A_G + M$$

$$O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h_k$$



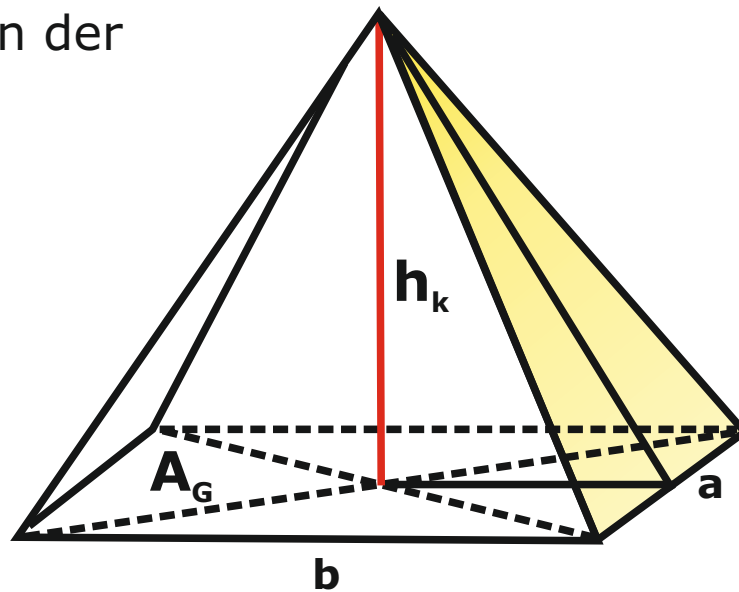
Pyramide

a, b: Kantenlängen der Grundfläche

h_k : Körperhöhe

Volumen:

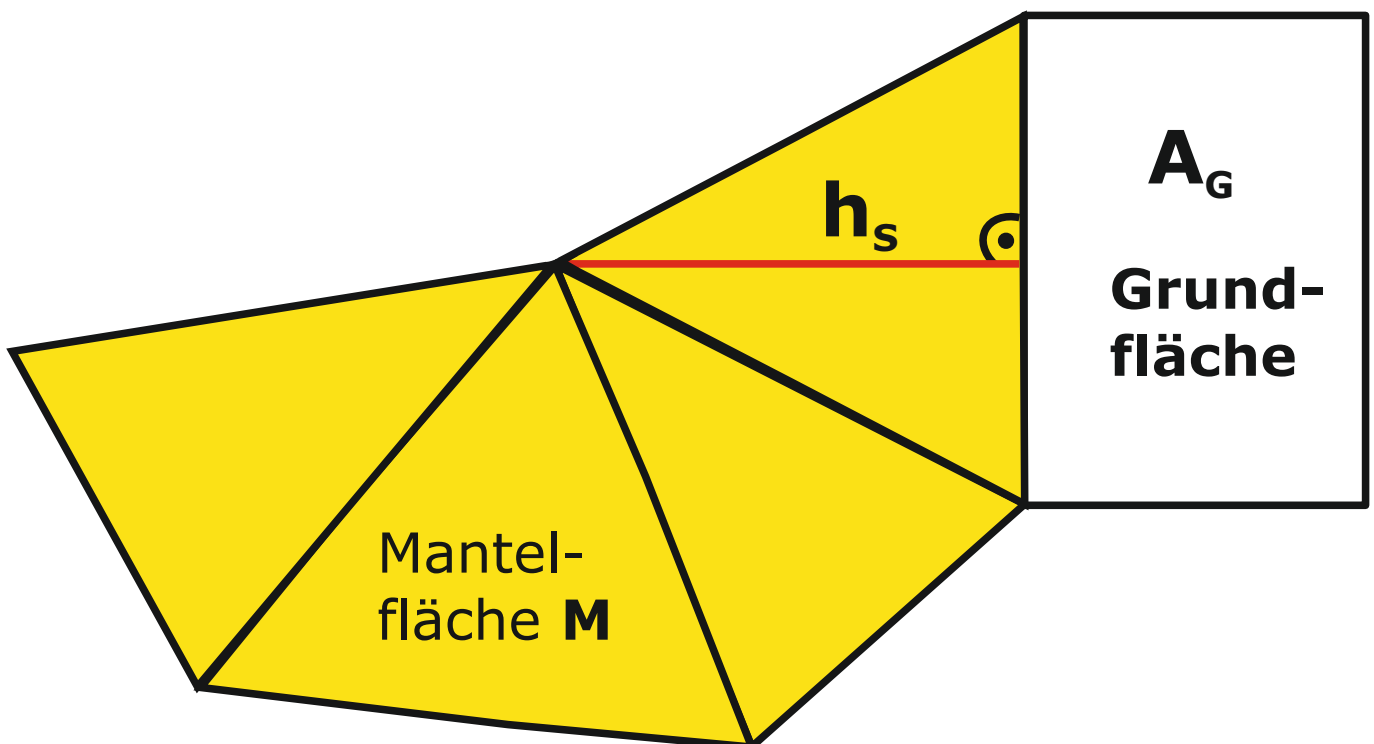
$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h_k$$



h_s : Höhe eines Seitendreiecks
(wird auch als **h_a** , **h_D** bezeichnet)

Mantelfläche: **M** = Summe der Seitendreiecke **A_D**

Oberfläche: **O** = $A_G + M$



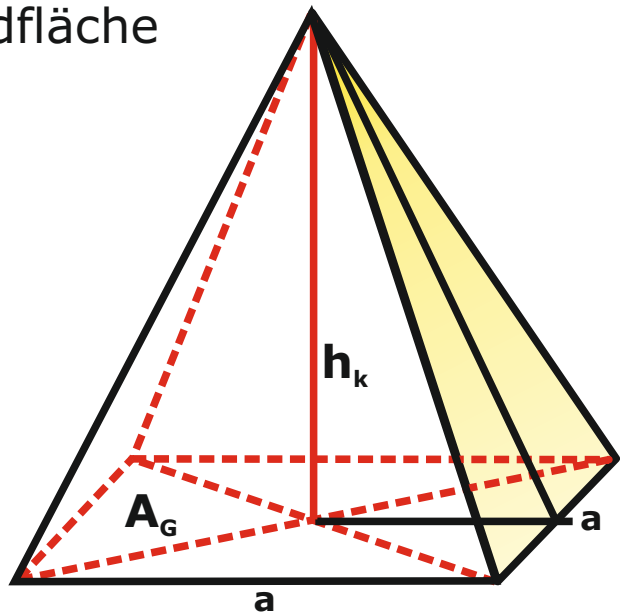
Quadratische Pyramide

a : Kantenlängen der Grundfläche

h_k : Körperhöhe

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_k$$



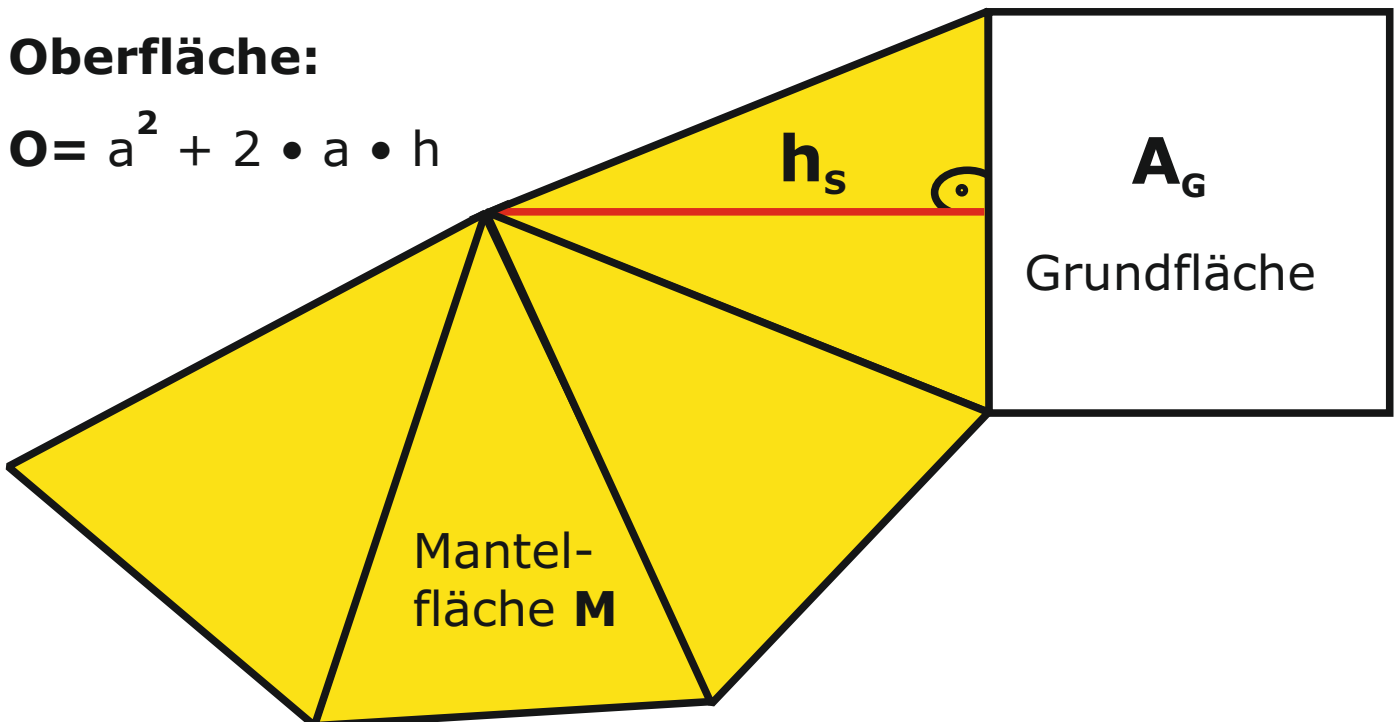
h_s : Höhe eines Seitendreiecks
(wird auch als **h_a** , **h_D** bezeichnet)

Mantelfläche:

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = 2 \cdot a \cdot h$$

Oberfläche:

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h$$



Kegel

r: Radius des Kreiskegels

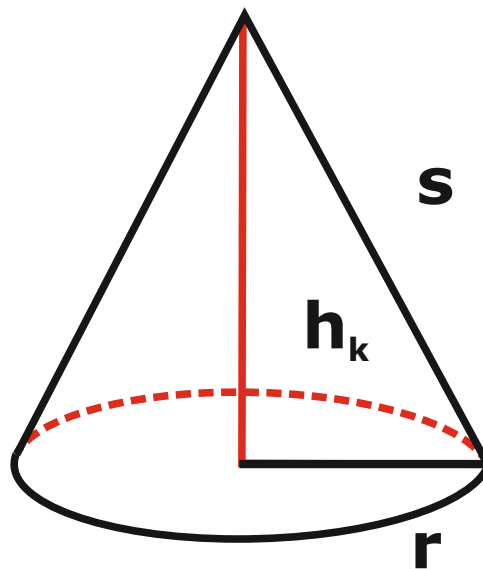
h_k : Körperhöhe

s: Seitenlinie

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h_k$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_k$$

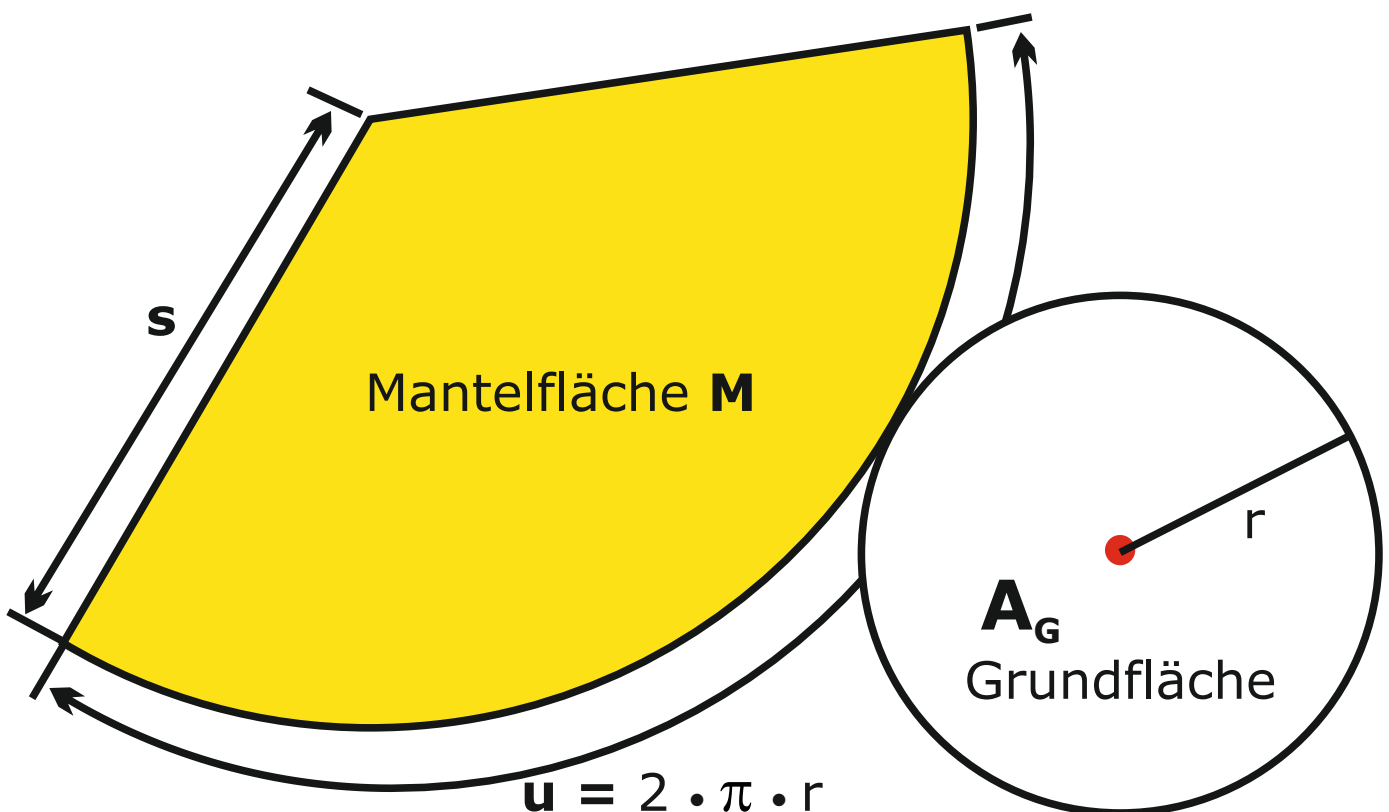


Seitenlinie: $\sqrt{r^2 + h_k^2}$

Mantelfläche: $M = r \cdot \pi \cdot s$

Oberfläche: $O = A_G + M$

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$



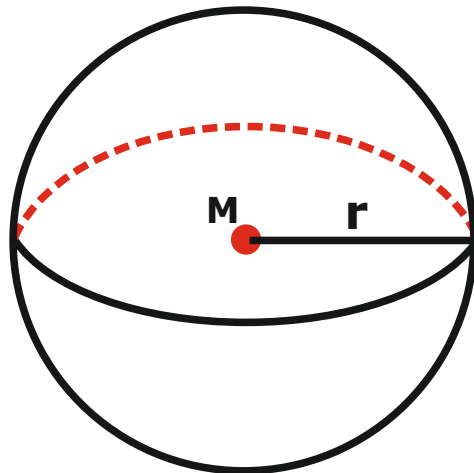
Kugel

Volumen einer Kugel:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Oberfläche einer Kugel:

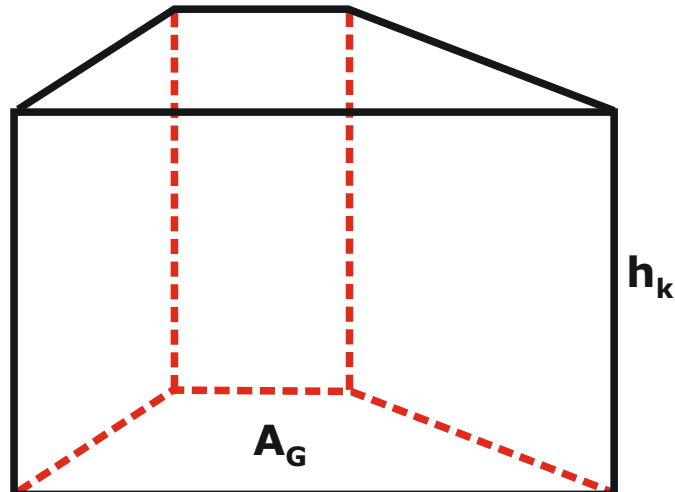
$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



Trapezsäule

Volumen:

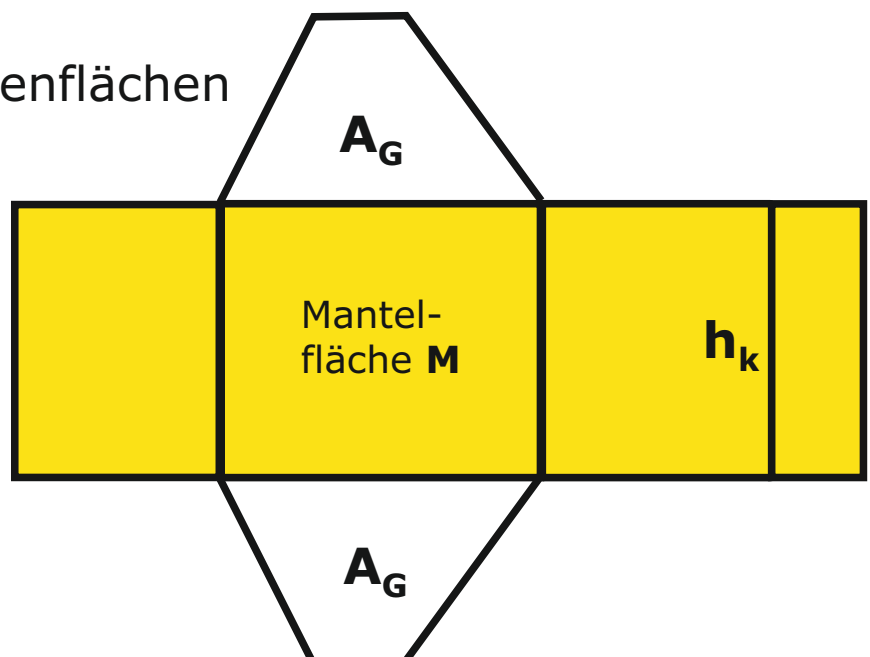
$$V = A_G \cdot h_k$$



Mantelfläche:

M = Summe der Seitenflächen

$$M = u_{\text{Grundfläche}} \cdot h_k$$



Raummaße:

| Kubik-meter | Kubik-dezimeter | Kubik-zentimeter | Kubik-millimeter |
|------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1 m ³ | = 1000 dm ³ | | |
| | 1 dm ³ | = 1000 cm ³ | |
| | | 1 cm ³ | = 1000 mm ³ |

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

| Hekto-liter | Liter | Zentiliter | Milliliter |
|-------------|---------|------------|------------|
| 1 hl | = 100 l | | |
| | 1 l | = 100 cl | = 1000 ml |
| | | 1 cl | = 10 ml |

Massen:

| Tonne | Kilogramm | Gramm | Milligramm |
|-------|-----------|----------|------------|
| 1 t | = 1000 kg | | |
| | 1 kg | = 1000 g | |
| | | 1g | = 1000 mg |

Zeitspannen:

| Tag | Stunde | Minute | Sekunde |
|-----|--------|----------|---------|
| 1 d | = 24 h | | |
| | 1 h | = 60 min | |
| | | 1 min | = 60 s |

Flächenmaße 1:

| Quadratkilometer | Hektar | Ar | Quadratmeter |
|-------------------|----------|-----------|------------------------|
| 1 km ² | = 100 ha | = 10000 a | |
| | 1 ha | = 100 a | = 10000 m ² |
| | | 1 a | = 100 m ² |

Flächenmaße 2:

| Quadratmeter | Quadratdezimeter | Quadratzentimeter | Quadramillimeter |
|------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1 m ² | = 100 dm ² | = 10000 cm ² | |
| | 1 dm ² | = 100 cm ² | = 10000 mm ² |
| | | 1 cm ² | = 100 mm ² |

Längen:

| Kilometer | Meter | Dezimeter | Zentimeter | Millimeter |
|-----------|----------|-----------|------------|------------|
| 1 km | = 1000 m | | | |
| | 1 m | = 10 dm | = 100 cm | = 1000 mm |
| | | 1 dm | = 10 cm | = 100 mm |
| | | | 1 cm | = 10 mm |

Maßstab:

Auf Landkarten ist immer ein Maßstab angegeben.

1 : 800000 bedeutet:

1 cm auf der Karte entsprechen 800000 cm in der Wirklichkeit.

Karte:

Wirklichkeit

1 cm $\hat{=}$ 800000 cm = 8 km

Auf einer Karte:

Maßstab

1:800000

 8 km

Maße und Maßeinheiten II

F. Pommerenke® - 2024

Längen:

| | | | | |
|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| km | m | dm | cm | mm |
| 0,004 | 4 | 40 | 400 | 4000 |
| 0,017 | 17 | 170 | 1700 | 17000 |

• 1000
: 1000

• 10
: 10

• 10
: 10

• 10
: 10

Flächenmaße:

| | | | | | | |
|-----------------------|-----------|----------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| km² | ha | a | m² | dm² | cm² | mm² |
| 0,0000005 | 0,0005 | 0,05 | 5 | 500 | 50000 | 5000000 |
| 0,0000081 | 0,0081 | 0,81 | 81 | 8100 | 810000 | 81000000 |

• 100
: 100

• 100
: 100

• 100
: 100

• 100
: 100

• 100
: 100

• 100
: 100

Raummaße:

| | | | | |
|--------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| km³ | m³ | dm³ | cm³ | mm³ |
| 3,5 • 10 ⁻¹¹ | 0,035 | 35 | 35000 | 35000000 |
| 2,96 • 10 ⁻¹¹ | 296 | 296000 | 296000000 | 296000000000 |

• 10⁹
: 10⁹

• 1000
: 1000

• 1000
: 1000

• 1000
: 1000

Raummaße:

| | | |
|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| hl (Hektoliter) | l (Liter) | ml (Milliliter) |
| 0,43 | 43 | 43000 |
| 0,007 | 0,7 | 700 |

$\bullet \xrightarrow{100}$
 $\div \xleftarrow{100}$

$\bullet \xrightarrow{1000}$
 $\div \xleftarrow{1000}$

Massen:

| | | | |
|----------|-----------|----------|-----------|
| t | kg | g | mg |
| 0,009 | 9 | 9000 | 9000000 |
| 0,00028 | 0,28 | 280 | 280000 |

$\bullet \xrightarrow{1000}$
 $\div \xleftarrow{1000}$

$\bullet \xrightarrow{1000}$
 $\div \xleftarrow{1000}$

Zeitspannen:

| | | | |
|-----------------|----------|------------|----------|
| d (Tage) | h | min | s |
| 1 | 24 | 1440 | 86400 |
| 0,125 | 3 | 180 | 10800 |

$\bullet \xrightarrow{24}$
 $\div \xleftarrow{24}$

$\bullet \xrightarrow{60}$
 $\div \xleftarrow{60}$

Dichte berechnen

Dichte berechnen:

Dividiert man die Masse (bzw. das Gewicht) eines Körpers durch sein Volumen, so erhält man die **Dichte**.

Fomeln:

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$$

$$\text{Masse} = \text{Dichte} \cdot \text{Volumen}$$

$$\text{Volumen} = \frac{\text{Masse}}{\text{Dichte}}$$

Einheiten der Dichte:

